

**Sugerowany przepis:** Chybalski F., *Analiza struktury transferów na rynku OFE*, „Przegląd Statystyczny”, nr 4/2005, Dom Wydawniczy Elipsa, Warszawa 2005, s. 78 – 95.

Filip Chybalski

## Analiza struktury transferów na rynku OFE

### 1. Wstęp

Wybór otwartego funduszu emerytalnego przez osoby pracujące nie jest wyborem ostatecznym, ustawodawca dopuścił bowiem możliwość zmiany funduszu. To sprawia, że na rynku OFE mamy do czynienia z przepływami osób z jednych funduszy do innych, czyli **transferami**. Liczbę transferów dokonanych z *i* do poszczególnych OFE w danym okresie (kwartale) można przedstawić w postaci tablicy przepływów, którą nazwiemy macierzą transferów. **Macierz transferów** to macierz, której poszczególne wyrazy  $x_{ij}$  są równe wielkości przepływu osób z *j*-tego OFE do *i*-tego OFE. Ogólną postać macierzy transferów przedstawiono w tab. 1

Tabela 1

Macierz transferów na rynku OFE

<i>j</i> -ty OFE (odpływ) <i>i</i> -ty OFE (napływ)	1   2   3   . . . <i>n</i>	$\sum_{j=1}^n x_{ij} = x_{i.}$
1 2 . . . <i>n</i>	$x_{11}$ $x_{12}$ $x_{13}$ . . . $x_{1n}$ $x_{21}$ $x_{22}$ $x_{23}$ $x_{2n}$ . . . $x_{n1}$ $x_{n2}$ $x_{n3}$ $x_{nn}$	$x_{1.}$ $x_{2.}$ . . . $x_{n.}$
$\sum_{i=1}^n x_{ij} = x_{.j}$	$x_{.1}$ $x_{.2}$ $x_{.3}$ . . . $x_{.n}$	$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} = x_{..}$

źródło: opracowanie własne

Objaśnienia:

$x_{ij}$  – wielkość napływu do *i*-tego OFE z *j*-tego OFE lub wielkość odpływu z *j*-tego OFE do *i*-tego OFE,

$x_i$  – całkowity napływ do *i-tego* OFE,

$x_j$  – całkowity odpływ z *j-tego* OFE,

$x..$  – liczba transferów ogółem.

Celem artykułu jest zaproponowanie sposobu analizy struktury transferów na rynku otwartych funduszy emerytalnych. Punktem wyjścia jest podobieństwo macierzy transferów do tablicy przepływów pomiędzy krajami w handlu zagranicznym.

## 2. Współczynniki w analizie struktury transferów

Ze względu na podobieństwo macierzy przepływów w handlu międzynarodowym oraz macierzy transferów, wykorzystano mierniki udziałów w eksporcie oraz imporcie, mierniki powiązań strumieni wymiany, a także mierniki oceny zbieżności empirycznej i teoretycznej macierzy wymiany. Nazwy poszczególnych współczynników, wyrażone w terminologii handlu zagranicznego, zastąpiono nazwami adekwatnymi do omawianego zagadnienia transferów. Ponieważ macierz transferów zawiera w wierszach dane odnoszące się do funduszy, do których napływają osoby, natomiast macierz wymiany w handlu międzynarodowym dane dotyczące krajów eksportujących, współczynniki charakteryzujące napływ do OFE odpowiadają współczynnikom charakteryzującym eksporterów. Analogicznie jest ze współczynnikami opisującymi OFE, które opuszczają członkowie, oraz współczynnikami charakteryzującymi kraje importujące. Współczynniki analizy struktury transferów zamieszczono w tab. 2.

Tabela 2

## Współczynniki w analizie macierzy transferów

Nazwa miernika adekwatna do zagadnienia transferów	Symbol	Nazwa miernika oraz symbol oznaczania, zgodne z terminologią handlu zagranicznego
Współczynnik udziału <i>j</i> -tego OFE w napływie do <i>i</i> -tego OFE	$m_{ij}$	Współczynnik udziału eksportu – $\lambda_{ij}$ (Maciejewski [1976]); struktura geograficzna eksportu <i>i</i> -tego kraju – $\mu_{ij}$ ( <i>Kraje Europy...</i> [1990], <i>Metody statystyki...</i> [1988])
Współczynnik udziału <i>i</i> -tego OFE w odpływie z <i>j</i> -tego OFE	$l_{ij}$	Współczynnik udziału importu – $\lambda^x_{ij}$ (Maciejewski [1976]); struktura geograficzna importu <i>j</i> -tego kraju – $\lambda_{ij}$ ( <i>Kraje Europy...</i> [1990], <i>Metody statystyki...</i> [1988])
Współczynnik udziału napływu do <i>i</i> -tego OFE w transferach ogółem	$e_i$	Udział eksportu <i>i</i> -tego kraju w obrotach globalnych – $\beta_i$ ( <i>Metody statystyki...</i> [1988]); $e_i$ ( <i>Kraje Europy...</i> [1990])
Współczynnik udziału odpływu z <i>j</i> -tego OFE w transferach ogółem	$f_j$	Udział importu <i>j</i> -tego kraju w obrotach globalnych – $\beta_j$ ( <i>Metody statystyki...</i> [1988]); $f_j$ ( <i>Kraje Europy...</i> [1990])
Współczynnik udziału napływu do <i>i</i> -tego z <i>j</i> -tego OFE w transferach ogółem	$b_{ij}$	Udział eksportu z <i>i</i> -tego kraju do <i>j</i> -tego kraju w obrotach globalnych – $\beta_{ij}$ ( <i>Metody statystyki...</i> [1988]); $b_{ij}$ ( <i>Kraje Europy...</i> [1990]); współczynnik udziału – $\delta_{ij}$ (Maciejewski [1976])
Współczynnik koncentracji napływu do <i>i</i> -tego OFE	$K_i$	Współczynnik koncentracji eksportu – $K_i$ ( <i>Metody statystyki...</i> [1988]); $M_i$ (Kotyński [1987])
Współczynnik koncentracji odpływu z <i>j</i> -tego OFE	$K_j$	Współczynnik koncentracji importu – $K_j$ ( <i>Metody statystyki...</i> [1988]); $M_j$ (Kotyński [1987])
Współczynnik preferencji napływu do <i>i</i> -tego OFE z OFE o małych odpływach	$R_i$	Współczynnik preferencji eksportu do małych krajów – $R_i$ ( <i>Metody statystyki...</i> [1988])
Współczynnik preferencji odpływu z <i>j</i> -tego OFE do małych OFE	$R_j$	Współczynnik preferencji importu z małych krajów – $R_j$ ( <i>Metody statystyki...</i> [1988])

źródło: opracowanie własne

**Współczynnik udziału *j*-tego OFE w napływie do *i*-tego OFE:**

$$m_{ij} = x_{ij} / x_i \quad (1)$$

Wartość  $m_{ij}$  wskazuje na udział *j*-tego OFE w całkowitym napływie do *i*-tego OFE.

**Współczynnik udziału *i*-tego OFE w odpływie z *j*-tego OFE:**

$$l_{ij} = x_{ij} / x_j \quad (2)$$

Wartość  $l_{ij}$  wskazuje na udział *i*-tego OFE w całkowitym odpływie z *j*-tego OFE.

**Współczynnik udziału napływu do *i*-tego OFE w transferach ogółem:**

$$e_i = x_i / x_{..} \quad (3)$$

Wartość  $e_i$  wskazuje na udział całkowitego napływu do  $i$ -tego OFE w transferach ogółem.

**Współczynnik udziału odpływu z  $j$ -tego OFE w transferach ogółem:**

$$f_j = x_j / x_{..} \quad (4)$$

Wartość  $f_j$  wskazuje na udział całkowitego odpływu z  $j$ -tego OFE w transferach ogółem

**Współczynnik udziału napływu do  $i$ -tego OFE z  $j$ -tego OFE w transferach ogółem:**

$$b_{ij} = x_{ij} / x_{..} \quad (5)$$

Wartość  $b_{ij}$  wskazuje na udział napływu do  $i$ -tego OFE z  $j$ -tego OFE (odpływu z  $j$ -tego OFE do  $i$ -tego OFE) w transferach ogółem.

Grupę współczynników  $e_i$ ,  $f_j$ ,  $b_{ij}$  będziemy w dalszej części pracy nazywać ogólnie współczynnikami udziału w transferach ogółem.

**Współczynnik koncentracji napływu do  $i$ -tego OFE:**

$$K_i = \sqrt{\sum_j m_{ij}^2} \quad (6)$$

**Współczynnik koncentracji odpływu z  $j$ -tego OFE:**

$$K_j = \sqrt{\sum_i l_{ij}^2} \quad (7)$$

Oba współczynniki koncentracji przyjmują wartości z przedziału  $\langle n^{-0,5}; 1 \rangle$ .

Współczynnik koncentracji równy 1 oznacza sytuację, w której napływ (odpływ) do (z)  $i$ -tego ( $j$ -tego) OFE jest powodowany przez odpływ (napływ) tylko z jednego funduszu.

**Współczynnik preferencji napływu do  $i$ -tego OFE z OFE o małych odpływach:**

$$R_i = L_{ij} / e_i \quad (8)$$

gdzie  $L_{ij}$  – średnia arytmetyczna z  $l_{ij}$  liczona dla wiersza.

**Współczynnik preferencji odpływu z  $j$ -tego OFE do OFE o małych napływach:**

$$R_j = M_{ij} / f_j \quad (9)$$

gdzie  $M_{ij}$  – średnia arytmetyczna z  $m_{ij}$  liczona dla kolumny.

Interpretacja obu współczynników preferencji jest następująca:

- jeżeli współczynnik preferencji jest mniejszy od 1, ma miejsce preferencja napływu (odpływu) z (do) OFE o dużych odpływach (napływach);
- jeżeli współczynnik preferencji jest równy 1, ma miejsce równomierne rozłożenie napływu (odpływu) na OFE o dużych i małych odpływach (napływach);
- jeżeli współczynnik preferencji jest większy od 1, ma miejsce preferencja napływu (odpływu) z (do) OFE o małych odpływach (napływach).

Dla przykładu omówione mierniki zastosowano do analizy macierzy transferów w IV kwartale 2002. Dane zamieszczono w tab. 3, natomiast wyniki obliczeń w tab. 4 – 6

Tabela 3

## Macierz transferów w IV kwartale 2002

OFE	AIG	Allianz Polska	Ban- kowy	CU	Credit Suisse	DOM	{ego}	Ergo Hestia	ING NN	OFE Kredyt Banku	Pekao	Poczty- lion	Polsat	PZU	SAM- PO	Skarb.- Emeryt.	Zurich	Razem przystąpiło do OFE
<b>AIG</b>	0	62	391	933	286	338	312	529	550	483	246	378	246	1028	207	535	375	6899
Allianz Polska	236	0	150	98	56	36	77	55	80	22	30	45	10	172	69	84	354	1574
Bankowy	180	35	0	396	125	143	293	261	240	115	140	179	76	532	133	330	201	3379
CU	922	55	567	0	150	121	277	148	125	59	74	230	28	440	133	403	387	4119
Credit Suisse	478	34	181	213	0	75	182	75	128	97	84	144	33	381	78	309	269	2761
DOM	156	12	106	88	50	0	173	131	60	36	44	63	13	253	80	84	87	1436
{ego}	236	78	217	665	67	72	0	73	321	116	91	173	99	725	81	74	114	3202
Ergo Hestia	2471	332	1964	2426	1256	1256	1918	0	1464	4187	1200	1974	624	5118	1344	3065	1320	31919
ING NN	1959	185	1328	525	535	548	695	538	0	333	373	757	214	1878	337	1221	965	12391
OFE Kredyt Banku	2	3	6	6	4	4	92	5	3	0	4	0	6	17	7	4	96	259
Pekao	134	16	58	66	36	33	62	35	76	12	0	27	7	89	14	78	62	805
Pocztylion	49	9	48	102	21	16	33	33	73	11	13	0	3	113	11	44	35	614
Polsat	2	0	7	0	0	2	332	1	1	0	2	1	0	6	3	7	56	420
PZU	864	100	709	534	253	296	398	337	392	181	194	539	100	0	215	693	405	6210
SAMPO	239	48	106	104	68	123	158	125	61	194	79	76	43	150	0	149	92	1815
Skarb.-Emeryt.	967	265	436	1989	334	188	96	245	1238	119	230	190	119	1524	262	0	541	8743
Zurich	149	39	76	65	28	22	88	32	62	15	13	30	9	106	25	75	0	834
Razem opuściło OFE	9044	1273	6350	8210	3269	3273	5186	2623	4874	5980	2817	4806	1630	12532	2999	7155	5359	87380

źródło: KNUiFE

Tabela 4

Współczynniki  $m_{ij}$  (w %),  $R_j$  oraz  $K_i$ .

OFE	AIG	Allianz Polska	Ban- kowy	CU	Credit Suisse	DOM	{ego}	Ergo Hestia	ING NN	OFE Kredyt Banku	Pekao	Poczty- ion	Polsat	PZU	SAMPO	Skarb.- Emeryt.	Zurich	$K_i$
<b>AIG</b>	0,00	0,90	5,67	13,52	4,15	4,90	4,52	7,67	7,97	7,00	3,57	5,48	3,57	14,90	3,00	7,75	5,44	0,29
Allianz Polska	14,99	0,00	9,53	6,23	3,56	2,29	4,89	3,49	5,08	1,40	1,91	2,86	0,64	10,93	4,38	5,34	22,49	0,33
Bankowy	5,33	1,04	0,00	11,72	3,70	4,23	8,67	7,72	7,10	3,40	4,14	5,30	2,25	15,74	3,94	9,77	5,95	0,29
CU	22,38	1,34	13,77	0,00	3,64	2,94	6,72	3,59	3,03	1,43	1,80	5,58	0,68	10,68	3,23	9,78	9,40	0,34
Credit Suisse	17,31	1,23	6,56	7,71	0,00	2,72	6,59	2,72	4,64	3,51	3,04	5,22	1,20	13,80	2,83	11,19	9,74	0,31
DOM	10,86	0,84	7,38	6,13	3,48	0,00	12,05	9,12	4,18	2,51	3,06	4,39	0,91	17,62	5,57	5,85	6,06	0,30
{ego}	7,37	2,44	6,78	20,77	2,09	2,25	0,00	2,28	10,02	3,62	2,84	5,40	3,09	22,64	2,53	2,31	3,56	0,35
Ergo Hestia	7,74	1,04	6,15	7,60	3,93	3,93	6,01	0,00	4,59	13,12	3,76	6,18	1,95	16,03	4,21	9,60	4,14	0,29
ING NN	15,81	1,49	10,72	4,24	4,32	4,42	5,61	4,34	0,00	2,69	3,01	6,11	1,73	15,16	2,72	9,85	7,79	0,30
OFE Kredyt Banku	0,77	1,16	2,32	2,32	1,54	1,54	35,52	1,93	1,16	0,00	1,54	0,00	2,32	6,56	2,70	1,54	37,07	0,52
Pekao	16,65	1,99	7,20	8,20	4,47	4,10	7,70	4,35	9,44	1,49	0,00	3,35	0,87	11,06	1,74	9,69	7,70	0,30
Pocztylion	7,98	1,47	7,82	16,61	3,42	2,61	5,37	5,37	11,89	1,79	2,12	0,00	0,49	18,40	1,79	7,17	5,70	0,32
Polsat	0,48	0,00	1,67	0,00	0,00	0,48	79,05	0,24	0,24	0,00	0,48	0,24	0,00	1,43	0,71	1,67	13,33	0,80
PZU	13,91	1,61	11,42	8,60	4,07	4,77	6,41	5,43	6,31	2,91	3,12	8,68	1,61	0,00	3,46	11,16	6,52	0,29
SAMPO	13,17	2,64	5,84	5,73	3,75	6,78	8,71	6,89	3,36	10,69	4,35	4,19	2,37	8,26	0,00	8,21	5,07	0,28
Skarb.-Emeryt.	11,06	3,03	4,99	22,75	3,82	2,15	1,10	2,80	14,16	1,36	2,63	2,17	1,36	17,43	3,00	0,00	6,19	0,36
Zurich	17,87	4,68	9,11	7,79	3,36	2,64	10,55	3,84	7,43	1,80	1,56	3,60	1,08	12,71	3,00	8,99	0,00	0,31
$M_{ij}$	10,80	1,58	6,88	8,82	3,14	3,10	12,32	4,22	5,92	3,45	2,53	4,04	1,54	12,55	2,87	7,05	9,18	x
$R_j$	1,04	1,09	0,95	0,94	0,84	0,83	2,08	1,41	1,06	0,50	0,78	0,74	0,82	0,88	0,84	0,86	1,50	x

źródło: obliczenia własne na podstawie danych KNUiFE

$$K_{i.min.} = 0,24 \text{ (równe } n^{-0,5}\text{)}$$

Tabela 5

Współczynniki  $l_{ij}$  (w %),  $R_i$  oraz  $K_j$ 

OFE	AIG	Allian z Polska	Ban-kowy	CU	Credit Suisse	DOM	{ego}	Ergo Hestia	ING NN	OFE Kredyt Banku	Pekao	Poczty - lion	Polsat	PZU	SAM-PO	Skarb-Emeryt.	Zurich	$L_{ij}$	$R_i$
<b>AIG</b>	0,00	4,87	6,16	11,36	8,75	10,33	6,02	20,17	11,28	8,08	8,73	7,87	15,09	8,20	6,90	7,48	7,00	8,72	1,10
Allianz Polska	2,61	0,00	2,36	1,19	1,71	1,10	1,48	2,10	1,64	0,37	1,06	0,94	0,61	1,37	2,30	1,17	6,61	1,68	0,94
Bankowy	1,99	2,75	0,00	4,82	3,82	4,37	5,65	9,95	4,92	1,92	4,97	3,72	4,66	4,25	4,43	4,61	3,75	4,15	1,07
CU	10,19	4,32	8,93	0,00	4,59	3,70	5,34	5,64	2,56	0,99	2,63	4,79	1,72	3,51	4,43	5,63	7,22	4,48	0,95
Credit Suisse	5,29	2,67	2,85	2,59	0,00	2,29	3,51	2,86	2,63	1,62	2,98	3,00	2,02	3,04	2,60	4,32	5,02	2,90	0,92
DOM	1,72	0,94	1,67	1,07	1,53	0,00	3,34	4,99	1,23	0,60	1,56	1,31	0,80	2,02	2,67	1,17	1,62	1,66	1,01
{ego}	2,61	6,13	3,42	8,10	2,05	2,20	0,00	2,78	6,59	1,94	3,23	3,60	6,07	5,79	2,70	1,03	2,13	3,55	0,97
Ergo Hestia	27,32	26,08	30,93	29,55	38,42	38,37	36,98	0,00	30,04	70,02	42,60	41,07	38,28	40,84	44,81	42,84	24,63	35,46	0,97
ING NN	21,66	14,53	20,91	6,39	16,37	16,74	13,40	20,51	0,00	5,57	13,24	15,75	13,13	14,99	11,24	17,06	18,01	14,09	0,99
OFE Kredyt Banku	0,02	0,24	0,09	0,07	0,12	0,12	1,77	0,19	0,06	0,00	0,14	0,00	0,37	0,14	0,23	0,06	1,79	0,32	1,08
Pekao	1,48	1,26	0,91	0,80	1,10	1,01	1,20	1,33	1,56	0,20	0,00	0,56	0,43	0,71	0,47	1,09	1,16	0,90	0,98
Pocztylion	0,54	0,71	0,76	1,24	0,64	0,49	0,64	1,26	1,50	0,18	0,46	0,00	0,18	0,90	0,37	0,61	0,65	0,66	0,93
Polsat	0,02	0,00	0,11	0,00	0,00	0,06	6,40	0,04	0,02	0,00	0,07	0,02	0,00	0,05	0,10	0,10	1,04	0,47	0,98
PZU	9,55	7,86	11,17	6,50	7,74	9,04	7,67	12,85	8,04	3,03	6,89	11,22	6,13	0,00	7,17	9,69	7,56	7,77	1,09
SAMPO	2,64	3,77	1,67	1,27	2,08	3,76	3,05	4,77	1,25	3,24	2,80	1,58	2,64	1,20	0,00	2,08	1,72	2,32	1,12
Skarb.-Emeryt.	10,69	20,82	6,87	24,23	10,22	5,74	1,85	9,34	25,40	1,99	8,16	3,95	7,30	12,16	8,74	0,00	10,10	9,86	0,99
Zurich	1,65	3,06	1,20	0,79	0,86	0,67	1,70	1,22	1,27	0,25	0,46	0,62	0,55	0,85	0,83	1,05	0,00	1,00	1,05
$K_j$	0,40	0,39	0,41	0,42	0,45	0,45	0,42	0,36	0,43	0,71	0,47	0,47	0,45	0,47	0,49	0,49	0,36	x	x

źródło: obliczenia własne na podstawie danych KNUiFE

$$K_{j \min.} = 0,24 \text{ (równe } n^{-0,5})$$



Tabela 6

Współczynniki  $b_{ij}$ ,  $e_i$ ,  $f_j$  (wszystkie w %)

OFE	AIG	Allianz Polska	Ban- kowy	CU	Credit Suisse	DOM	{ego}	Ergo Hestia	ING NN	OFE Kredyt Banku	Pekao	Poczty- lion	Polsat	PZU	SAM- PO	Skarb.- Emeryt.	Zurich	$e_i$
<b>AIG</b>	0,00	0,07	0,45	1,07	0,33	0,39	0,36	0,61	0,63	0,55	0,28	0,43	0,28	1,18	0,24	0,61	0,43	7,90
Allianz Polska	0,27	0,00	0,17	0,11	0,06	0,04	0,09	0,06	0,09	0,03	0,03	0,05	0,01	0,20	0,08	0,10	0,41	1,80
Bankowy	0,21	0,04	0,00	0,45	0,14	0,16	0,34	0,30	0,27	0,13	0,16	0,20	0,09	0,61	0,15	0,38	0,23	3,87
CU	1,06	0,06	0,65	0,00	0,17	0,14	0,32	0,17	0,14	0,07	0,08	0,26	0,03	0,50	0,15	0,46	0,44	4,71
Credit Suisse	0,55	0,04	0,21	0,24	0,00	0,09	0,21	0,09	0,15	0,11	0,10	0,16	0,04	0,44	0,09	0,35	0,31	3,16
DOM	0,18	0,01	0,12	0,10	0,06	0,00	0,20	0,15	0,07	0,04	0,05	0,07	0,01	0,29	0,09	0,10	0,10	1,64
{ego}	0,27	0,09	0,25	0,76	0,08	0,08	0,00	0,08	0,37	0,13	0,10	0,20	0,11	0,83	0,09	0,08	0,13	3,66
Ergo Hestia	2,83	0,38	2,25	2,78	1,44	1,44	2,20	0,00	1,68	4,79	1,37	2,26	0,71	5,86	1,54	3,51	1,51	36,53
ING NN	2,24	0,21	1,52	0,60	0,61	0,63	0,80	0,62	0,00	0,38	0,43	0,87	0,24	2,15	0,39	1,40	1,10	14,18
OFE Kredyt Banku	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	0,11	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,02	0,01	0,00	0,11	0,30
Pekao	0,15	0,02	0,07	0,08	0,04	0,04	0,07	0,04	0,09	0,01	0,00	0,03	0,01	0,10	0,02	0,09	0,07	0,92
Pocztylion	0,06	0,01	0,05	0,12	0,02	0,02	0,04	0,04	0,08	0,01	0,01	0,00	0,00	0,13	0,01	0,05	0,04	0,70
Polsat	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,38	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,01	0,06	0,48
PZU	0,99	0,11	0,81	0,61	0,29	0,34	0,46	0,39	0,45	0,21	0,22	0,62	0,11	0,00	0,25	0,79	0,46	7,11
SAMPO	0,27	0,05	0,12	0,12	0,08	0,14	0,18	0,14	0,07	0,22	0,09	0,09	0,05	0,17	0,00	0,17	0,11	2,08
Skarb.-Emeryt.	1,11	0,30	0,50	2,28	0,38	0,22	0,11	0,28	1,42	0,14	0,26	0,22	0,14	1,74	0,30	0,00	0,62	10,01
Zurich	0,17	0,04	0,09	0,07	0,03	0,03	0,10	0,04	0,07	0,02	0,01	0,03	0,01	0,12	0,03	0,09	0,00	0,95
$f_j$	10,35	1,46	7,27	9,40	3,74	3,75	5,93	3,00	5,58	6,84	3,22	5,50	1,87	14,34	3,43	8,19	6,13	x

źródło: obliczenia własne na podstawie danych KNUiFE

Dokonując oceny wyników zamieszczonych w tabelach 4 – 6 można stwierdzić, iż wartości współczynników  $K_i$  oraz  $K_j$  dla większości OFE są niskie, co świadczy o małej koncentracji odpływów oraz napływów z i do poszczególnych OFE. Można więc powiedzieć, że transfery na rynku OFE w IV kwartale 2002 charakteryzowały się dużym rozproszeniem. Najwyższa wartość współczynnika  $K_i$  wynosi 0,80 i przypada na OFE Polsat. Natomiast najwyższa wartość współczynnika  $K_j$  wynosi 0,71 i przypada na OFE Kredyt Banku. Na podstawie tabeli zawierającej wartości współczynników  $m_{ij}$  oraz  $l_{ij}$  możemy dokładniej prześledzić strukturę napływów do OFE Polsat i odpływów z OFE Kredyt Banku a tym samym odpowiedzieć na pytanie, jaki był udział poszczególnych OFE w wielkości napływu oraz odpływu do i z danego funduszu. Spośród osób, które w IV kwartale 2002 zdecydowały się na przejście do OFE Polsat, najwięcej pochodziło z OFE Ego (79%). Natomiast najwięcej spośród osób, które opuściły OFE Kredyt Banku, przeszło do OFE Ergo Hestia (70%). Przeanalizujmy także współczynniki preferencji. Mianowicie większa część spośród wszystkich OFE ma wartość współczynnika  $R_j$  mniejszą od 1. Oznacza to, że osoby, które zdecydowały się na opuszczenie tych OFE, w przeważającej części przechodziły do funduszy charakteryzujących się dużym napływem nowych członków. Poza tym wartości współczynników  $R_j$  są bardzo zróżnicowane dla poszczególnych OFE i wahają się od 0,5 do 2,1. Jeżeli chodzi natomiast o współczynniki  $R_i$ , to ich wartości dla poszczególnych OFE są bardzo zbliżone i wahają się od 0,92 do 1,12. Oznacza to, że jeżeli już miała miejsce preferencja funduszy o małych lub dużych odpływach, to była ona nieznaczna.

### 3. Zbieżność i rozbieżność empirycznej i teoretycznej macierzy transferów

Skupmy się teraz na współczynnikach udziału w ogólnej liczbie transferów, czyli na  $b_{ij}$ ,  $e_i$ ,  $f_j$ . Każdy z tych współczynników ma interpretację probabilistyczną, gdyż można je traktować jako estymatory największej wiarygodności parametrów rozkładu prawdopodobieństwa dwuwymiarowej zmiennej losowej (por. [5], s. 101). Mianowicie:

$b_{ij}$  – prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że ma miejsce przepływ osób z *j-tego* do *i-tego* OFE;

$e_i$  - prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia polegającego na tym, że ma miejsce napływ do *i-tego* OFE;

$f_j$  – prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że ma miejsce odpływ z *j-tego* OFE.

Zgodnie z teorią prawdopodobieństwa, zdarzenia  $A$  i  $B$  są niezależne, gdy prawdopodobieństwo iloczynu tych zdarzeń jest równe iloczynowi prawdopodobieństw tych zdarzeń, czyli  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$  (por. np. [1]). Odnosząc ten fakt do zagadnienia transferów można powiedzieć, że dwa zdarzenia, mianowicie wystąpienie  $i$ -tego OFE jako funduszu, do którego napływają osoby (zdarzenie  $N_i$ ) oraz wystąpienie  $j$ -tego OFE jako funduszu, z którego odpływają osoby (zdarzenie  $O_j$ ), są zdarzeniami niezależnymi, gdy spełniony jest warunek:

$$b_{ij} = e_{i,f,j} \quad (10)$$

Jeżeli warunek (10) jest spełniony, to przepływ osób z  $j$ -tego do  $i$ -tego OFE jest uzależniony wyłącznie od wielkości całkowitego odpływu z  $j$ -tego OFE oraz wielkości całkowitego napływu do  $i$ -tego OFE. Jeżeli natomiast wspomniany warunek nie jest spełniony, należy przypuszczać, że istnieją dodatkowe czynniki, które wpływają w sposób pozytywny bądź negatywny na wielkość transferu z  $j$ -tego do  $i$ -tego OFE. Aby odpowiedzieć na pytanie, czy owe czynniki istnieją, należy porównać ze sobą dwie macierze transferów: rzeczywistą (empiryczną) oraz teoretyczną. Punktem wyjścia jest macierz rzeczywista współczynników udziałów w transferach ogółem ( $b_{ij}$ ). Poszczególne jej wyrazy otrzymujemy wykorzystując wzór (5). Macierz ta zawarta jest w tab. 6. Trzeba także skonstruować macierz teoretyczną współczynników udziału w transferach ogółem poprzez obliczenie wartości teoretycznych tych współczynników ( $\beta_{ij}$ ). W macierzy teoretycznej zakłada się, że wielkość transferu z  $j$ -tego OFE do  $i$ -tego OFE zależy wyłącznie od całkowitego napływu do  $i$ -tego funduszu oraz całkowitego odpływu z  $j$ -tego funduszu. Najprostszym sposobem obliczenia wartości poszczególnych współczynników  $\beta_{ij}$  byłoby pomnożenie współczynnika udziału napływów do  $i$ -tego OFE w ogólnej liczbie transferów przez współczynnik udziału odpływu z  $j$ -tego OFE w ogólnej liczbie transferów, czyli:

$$\beta_{ij} = e_{i,f,j} \quad (11)$$

Z równań (10) i (11) wynika, że macierze teoretyczna i empiryczna transferów są równe (zbieżne), gdy dla wszystkich jej elementów zachodzi równość:

$$\beta_{ij} = b_{ij}. \quad (12)$$

Ponieważ jednak macierz transferów na głównej przekątnej ma zera, obliczenie współczynników  $\beta_{ij}$  za pomocą wzoru (11) byłoby zbyt daleko idącym uproszczeniem. W przypadku macierzy takiego typu jak macierz transferów (podobnie jak macierz handlu zagranicznego pomiędzy krajami) nie ma bowiem miejsca wymiana wewnętrzna. Wtedy nie można też mówić o niezależności dwóch zdarzeń polegających na wystąpieniu jednego funduszu jako przyjmującego członków i drugiego, jako opuszczanego przez członków, lecz o quasi – niezależności tych zdarzeń. Określenie to wprowadził L.A. Goodman. **Quasi – niezależność** jest oparta na założeniu, że na głównej przekątnej macierzy teoretycznej są zera (czyli  $\beta_{ij}=0$  dla  $i=j$ ), natomiast wartość sumy iloczynów  $e_i f_j$  dla  $i=j$  jest rozłożona proporcjonalnie między pozostałe elementy macierzy. W wyniku tego otrzymujemy wartości teoretyczne współczynników udziału napływu do *i-tego* OFE w transferach ogółem ( $P_i$ ) oraz współczynników udziału odpływu z *j-tego* OFE w transferach ogółem ( $Q_j$ ) (por. [2]).

Macierz teoretyczna transferów spełniająca warunek quasi – niezależności jest konstruowana w następujący sposób ([3], s. 155-157):

$$\beta_{ij} = P_i Q_j S \text{ dla } i \neq j \quad (13)$$

$$\beta_{ij} = 0 \text{ dla } i=j \quad (14)$$

$$S = (1 - \sum_{i=1}^n P_i Q_i)^{-1} \quad (15)$$

gdzie  $S$  – parametr, przyjmujący wartości niemniejsze od 1.

Prawdopodobieństwa  $P_i$ ,  $Q_j$  oraz wartość współczynnika  $S$  szacuje się poprzez rozwiązanie układu równań:

$$SP_i^2 - (S + e_i - f_j)P_i + e_i = 0 \quad (16)$$

$$SQ_j^2 - (S - e_i + f_j)Q_j + f_j = 0 \quad (17)$$

W tym celu można wykorzystać na przykład iteracyjny algorytm Gaussa-Seidela. Po oszacowaniu wartości  $P_i$ ,  $Q_j$  oraz  $S$  trzeba zapewnić zgodność  $P_i$  oraz zgodność  $Q_j$ , ponieważ powinny się one sumować do 1. W tym celu należy podzielić każdy współczynnik  $P_i$  przez sumę wszystkich współczynników  $P_i$ , oraz każdy współczynnik  $Q_j$  przez sumę

wszystkich współczynników  $Q_j$ . Teraz można skonstruować macierz teoretyczną, wykorzystując w tym celu równania (13) oraz (14).

Aby ocenić zbieżność bądź rozbieżność poszczególnych elementów macierzy empirycznej transferów z macierzą teoretyczną, można obliczyć współczynniki quasi - zgodności  $z_{ij}$ :

$$z_{ij} = b_{ij} / \beta_{ij} \text{ dla } i \neq j \quad (18)$$

$$z_{ij} = 0 \text{ dla } i=j \quad (19)$$

Wartość współczynnika  $z_{ij}$  ( $z_{ij} \geq 0$ ) równa 1 oznacza, że zdarzenia  $N_i$  i  $O_j$  dla danej pary funduszy są niezależne. Wartość współczynnika quasi-zgodności mniejsza od 1 świadczy, że rzeczywisty transfer z *j-tego* OFE do *i-tego* jest mniejszy od transferu teoretycznego. Można więc przypuszczać, że istnieją czynniki hamujące przepływ osób z *j-tego* OFE do *i-tego*. Natomiast wartość współczynnika zgodności większa od 1 wskazuje na istnienie czynników sprzyjających przepływowi osób między funduszami.

Aby ocenić zbieżność bądź rozbieżność całych macierzy transferów (empirycznej i teoretycznej) można posłużyć się testem zgodności  $\chi^2$  ([6], s.119). Hipoteza zerowa  $H_0$  mówi, że rozbieżność pomiędzy macierzą empiryczną transferów a macierzą teoretyczną jest nieistotna. Statystyka testowa ma postać:

$$\chi^2 = \sum_{i,j} \frac{(x_{ij} - X_{ij})^2}{X_{ij}} \quad (20)$$

gdzie  $X_{ij}$  – transfer teoretyczny z *j-tego* OFE do *i-tego* OFE, obliczany według formuły:

$$X_{ij} = \beta_{ij} x_{..} \quad (21)$$

Wartość teoretyczną  $\chi_\alpha^2$  odczytujemy dla przyjętego poziomu istotności  $\alpha$  oraz  $(n-1)^2$  stopni swobody ( $n$  – liczba funduszy w macierzy transferów). Jeżeli  $\chi^2 \geq \chi_\alpha^2$ , należy odrzucić hipotezę  $H_0$ , co oznacza, że macierze empiryczna i teoretyczna są rozbieżne. Dla  $\chi^2 < \chi_\alpha^2$  brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy  $H_0$ , co oznacza, że omawiane macierze są nieistotnie rozbieżne.

Miernikiem służącym ocenie zbieżności bądź rozbieżności macierzy empirycznej i teoretycznej transferów jest także współczynnik Czuprowa – Cramera ([5], s. 112):

$$T = \left[ \frac{\chi^2}{x..(n-1)} \right]^{0.5} \quad (22)$$

Współczynnik  $T$  przyjmuje wartości od 0 do 1, przy czym wartość  $T$  równa 0 oznacza zbieżność macierzy empirycznej z teoretyczną.

Zbadajmy teraz niezależność zdarzeń  $N_i$  i  $O_j$  oraz zbieżność (bądź rozbieżność) macierzy empirycznej i teoretycznej transferów na podstawie danych z IV kwartału 2002.

Wartości współczynników  $e_i$  oraz  $f_j$  zostały obliczone w tab. 6. Na ich podstawie za pomocą równań (15) - (17) wyznaczono wartości prawdopodobieństw  $P_i$  oraz  $Q_j$ , a także wartość współczynnika  $S$ . Za pomocą wzorów (13) - (14) obliczona została macierz teoretyczna transferów, a za pomocą wzorów (18) - (19) macierz współczynników quasi-zgodności. Wyniki obliczeń zamieszczono w tab. 7 - 9.

Tabela 7

Macierz teoretyczna współczynników udziału  $\beta_{ij}$  oraz wartości  $P_i$  oraz  $Q_j$  (w %)

OFE	AIG	Allianz Polska	Ban- kowy	CU	Credit Suisse	DOM	{ego}	Ergo Hestia	ING NN	OFE Kredyt Banku	Pekao	Poczty- lion	Polsat	PZU	SAM- PO	Skarb.- Emeryt	Zurich	$P_i$
<b>AIG</b>	0,00	0,12	0,60	0,78	0,30	0,30	0,49	0,38	0,52	0,54	0,26	0,43	0,15	1,23	0,27	0,72	0,48	7,56
Allianz Polska	0,20	0,00	0,14	0,18	0,07	0,07	0,11	0,09	0,12	0,12	0,06	0,10	0,03	0,28	0,06	0,16	0,11	1,90
Bankowy	0,44	0,06	0,00	0,38	0,15	0,15	0,24	0,19	0,25	0,26	0,13	0,21	0,07	0,60	0,13	0,35	0,24	3,85
CU	0,53	0,07	0,36	0,00	0,18	0,18	0,29	0,23	0,31	0,32	0,15	0,26	0,09	0,73	0,16	0,43	0,29	4,58
Credit Suisse	0,36	0,05	0,24	0,31	0,00	0,12	0,19	0,15	0,21	0,22	0,10	0,17	0,06	0,49	0,11	0,29	0,19	3,26
DOM	0,19	0,02	0,12	0,16	0,06	0,00	0,10	0,08	0,11	0,11	0,05	0,09	0,03	0,25	0,06	0,15	0,10	1,70
{ego}	0,41	0,05	0,28	0,36	0,14	0,14	0,00	0,18	0,24	0,25	0,12	0,20	0,07	0,57	0,13	0,33	0,22	3,70
Ergo Hestia	4,13	0,54	2,76	3,60	1,41	1,38	2,24	0,00	2,38	2,49	1,18	2,01	0,68	5,67	1,27	3,33	2,24	37,32
ING NN	1,60	0,21	1,07	1,40	0,55	0,54	0,87	0,69	0,00	0,97	0,46	0,78	0,26	2,20	0,49	1,29	0,87	14,25
OFE Kredyt Banku	0,03	0,00	0,02	0,03	0,01	0,01	0,02	0,01	0,02	0,00	0,01	0,02	0,01	0,05	0,01	0,03	0,02	0,30
Pekao	0,10	0,01	0,07	0,09	0,04	0,03	0,06	0,04	0,06	0,06	0,00	0,05	0,02	0,14	0,03	0,08	0,06	0,96
Pocztylion	0,08	0,01	0,05	0,07	0,03	0,03	0,04	0,03	0,05	0,05	0,02	0,00	0,01	0,11	0,02	0,06	0,04	0,71
Polsat	0,05	0,01	0,04	0,05	0,02	0,02	0,03	0,02	0,03	0,03	0,02	0,03	0,00	0,07	0,02	0,04	0,03	0,51
PZU	0,80	0,11	0,54	0,70	0,27	0,27	0,44	0,34	0,46	0,49	0,23	0,39	0,13	0,00	0,25	0,65	0,44	6,51
SAMPO	0,23	0,03	0,16	0,20	0,08	0,08	0,13	0,10	0,14	0,14	0,07	0,11	0,04	0,32	0,00	0,19	0,13	2,15
Skarb.-Emeryt.	1,13	0,15	0,76	0,99	0,39	0,38	0,61	0,48	0,65	0,68	0,32	0,55	0,19	1,55	0,35	0,00	0,61	9,80
Zurich	0,11	0,01	0,07	0,09	0,04	0,04	0,06	0,05	0,06	0,07	0,03	0,05	0,02	0,15	0,03	0,09	0,00	0,96
$Q_j$	10,42	1,45	7,26	9,40	3,73	3,73	5,92	3,07	5,60	6,80	3,20	5,47	1,85	14,42	3,41	8,20	6,08	100,00

źródło: obliczenia własne

 $S = 1,07$

Tabela 8

Macierz teoretyczna transferów ( $X_{ij}$ )

OFE	AIG	Allianz Polska	Ban- kowy	CU	Credit Suisse	DOM	{ego}	Ergo Hestia	ING NN	OFE Kredyt Banku	Pekao	Poczty- lion	Polsat	PZU	SAM- PO	Skarb.- Emeryt.	Zurich	Całkowity napływ
<b>AIG</b>	0	102	521	681	266	262	424	334	451	471	223	380	129	1071	240	629	424	6606
Allianz Polska	178	0	119	155	61	60	97	76	103	107	51	87	29	244	55	143	97	1660
Bankowy	382	50	0	333	130	128	208	163	221	230	109	186	63	524	118	308	207	3361
CU	466	61	311	0	159	156	253	199	269	281	133	227	77	639	143	375	253	4003
Credit Suisse	312	41	208	272	0	105	170	133	180	188	89	152	51	428	96	251	169	2848
DOM	162	21	108	142	55	0	88	69	94	98	46	79	27	223	50	131	88	1482
{ego}	362	47	242	316	123	121	0	155	209	218	104	176	60	497	111	292	197	3230
Ergo Hestia	3611	472	2410	3148	1228	1210	1961	0	2083	2177	1032	1757	594	4953	1110	2907	1959	32610
ING NN	1402	183	936	1222	477	470	761	599	0	845	401	682	231	1923	431	1129	760	12451
OFE Kredyt Banku	29	4	20	26	10	10	16	13	17	0	8	14	5	40	9	24	16	260
Pekao	91	12	61	79	31	31	49	39	53	55	0	44	15	125	28	73	49	835
Pocztylion	69	9	46	61	24	23	38	30	40	42	20	0	11	95	21	56	38	623
Polsat	47	6	32	41	16	16	26	20	27	29	14	23	0	65	15	38	26	441
PZU	703	92	469	613	239	236	382	300	406	424	201	342	116	0	216	566	381	5687
SAMPO	205	27	137	179	70	69	111	88	118	124	59	100	34	282	0	165	111	1879
Skarb.-Emeryt.	989	129	660	863	337	332	537	423	571	596	283	481	163	1357	304	0	537	8562
Zurich	94	12	63	82	32	32	51	40	54	57	27	46	16	129	29	76	0	841
Całkowity odpływ	9105	1268	6343	8214	3257	3259	5172	2682	4896	5942	2799	4776	1619	12597	2976	7163	5312	87380

źródło: obliczenia własne



Tabela 9

Współczynniki quasi-zgodności  $z_{ij}$ 

OFE	AIG	Allianz Polska	Ban- kowy	CU	Credit Suisse	DOM	{ego}	Ergo Hestia	ING NN	OFE Kredyt Banku	Pekao	Poczty- lion	Polsat	PZU	SAM- PO	Skarb.- Emeryt.	Zurich
<b>AIG</b>	0,00	0,61	0,75	1,37	1,08	1,29	0,74	1,59	1,22	1,03	1,10	0,99	1,91	0,96	0,86	0,85	0,89
Allianz Polska	1,33	0,00	1,26	0,63	0,92	0,60	0,80	0,72	0,78	0,21	0,59	0,52	0,34	0,70	1,26	0,59	3,67
Bankowy	0,47	0,70	0,00	1,19	0,96	1,12	1,41	1,60	1,09	0,50	1,28	0,96	1,21	1,01	1,13	1,07	0,97
CU	1,98	0,90	1,82	0,00	0,95	0,77	1,09	0,74	0,46	0,21	0,56	1,01	0,36	0,69	0,93	1,07	1,53
Credit Suisse	1,53	0,83	0,87	0,78	0,00	0,72	1,07	0,56	0,71	0,52	0,94	0,95	0,64	0,89	0,81	1,23	1,59
DOM	0,96	0,57	0,98	0,62	0,90	0,00	1,96	1,89	0,64	0,37	0,95	0,80	0,49	1,14	1,60	0,64	0,99
{ego}	0,65	1,65	0,90	2,11	0,54	0,59	0,00	0,47	1,54	0,53	0,88	0,98	1,66	1,46	0,73	0,25	0,58
Ergo Hestia	0,68	0,70	0,82	0,77	1,02	1,04	0,98	0,00	0,70	1,92	1,16	1,12	1,05	1,03	1,21	1,05	0,67
ING NN	1,40	1,01	1,42	0,43	1,12	1,17	0,91	0,90	0,00	0,39	0,93	1,11	0,93	0,98	0,78	1,08	1,27
OFE Kredyt Banku	0,07	0,78	0,31	0,23	0,40	0,41	5,78	0,40	0,18	0,00	0,48	0,00	1,24	0,42	0,78	0,17	6,04
Pekao	1,47	1,35	0,95	0,83	1,16	1,08	1,25	0,90	1,45	0,22	0,00	0,61	0,47	0,71	0,50	1,06	1,26
Pocztylion	0,71	0,99	1,04	1,68	0,89	0,69	0,87	1,11	1,82	0,26	0,65	0,00	0,26	1,19	0,52	0,79	0,93
Polsat	0,04	0,00	0,22	0,00	0,00	0,13	12,87	0,05	0,04	0,00	0,15	0,04	0,00	0,09	0,21	0,18	2,17
PZU	1,23	1,09	1,51	0,87	1,06	1,26	1,04	1,12	0,97	0,43	0,97	1,58	0,86	0,00	0,99	1,22	1,06
SAMPO	1,16	1,79	0,77	0,58	0,97	1,79	1,42	1,43	0,51	1,57	1,35	0,76	1,27	0,53	0,00	0,90	0,83
Skarb.-Emeryt.	0,98	2,05	0,66	2,31	0,99	0,57	0,18	0,58	2,17	0,20	0,81	0,39	0,73	1,12	0,86	0,00	1,01
Zurich OFE	1,58	3,16	1,21	0,79	0,87	0,70	1,72	0,79	1,14	0,26	0,48	0,65	0,58	0,82	0,86	0,99	0,00

źródło: obliczenia własne

Z tab. 9 wynika, że największa wartość współczynnika quasi-zgodności przypada na transfer osób z OFE Ego do OFE Polsat ( $z_{ij} = 12,87$ ), co oznacza, że przepływowi osób z OFE Ego do OFE Polsat sprzyjają dodatkowe czynniki, czego skutkiem jest tak duża różnica pomiędzy przepływem rzeczywistym a teoretycznym. Najniższa wartość współczynnika quasi-zgodności, równa 0, przypada transferowi z OFE Allianz do OFE Polsat a oznacza ona, że ten transfer był zerowy, podczas gdy wielkość transferu teoretycznego jest większa od zera. Wartości współczynników quasi-zgodności na głównej przekątnej są równe 0 z definicji (por. wzór 19).

Współczynnik Czuprowa – Cramera jest równy, 0,12 co może sugerować, że macierz rzeczywista nie różni się bardzo od macierzy teoretycznej. Aby jednak sprawdzić, czy owa rozbieżność jest istotna, posłużymy się testem zgodności  $\chi^2$ . Statystyka testowa przyjmuje wartość  $\chi^2 = 19217$ , natomiast wartość teoretyczna odczytana dla poziomu istotności  $\alpha = 0,05$  oraz  $(17-1)^2$  stopni swobody wynosi 294. Oznacza to, że macierz rzeczywista transferów oraz macierz teoretyczna transferów są istotnie rozbieżne.

## 5. Podsumowanie

Tablica przepływów w handlu międzynarodowym, jak i macierz transferów na rynku otwartych funduszy emerytalnych, są bardzo podobnymi tablicami przepływów. Sprawia to, iż stosowane w odniesieniu do wymiany międzynarodowej współczynniki zależności partnerów oraz ich udziału w tej wymianie, mogą zostać zastosowane do analizy struktury przepływu osób pomiędzy funduszami emerytalnymi. Dzięki temu analiza zjawiska transferów może zostać przeprowadzona w bardzo dokładny sposób. Zastosowanie odpowiednich współczynników pozwala na identyfikację powiązań pomiędzy funduszami, a także na pomiar ich udziału w transferach ogółem. Możliwe jest także zbadanie zbieżności empirycznej i teoretycznej macierzy transferów, a przez to odpowiedź na pytanie, czy przepływy osób pomiędzy poszczególnymi funduszami zależą tylko od całkowitych napływów i odpływów członków, czy może też od innych czynników, sprzyjających bądź hamujących to zjawisko pomiędzy wybranymi OFE.

### Literatura

- [1] Kendall M.G., Buckland W.R., *Słownik terminów statystycznych*, PWE Warszawa 1986
- [2] Kotyński J, *Koncentracja handlu międzynarodowego w RWPG i EWG*, PWN Warszawa 1987
- [3] *Kraje Europy Środkowo-Wschodniej w handlu międzynarodowym. Modele i prognozy*, red. Kotyński J., PWN Warszawa 1990
- [4] Maciejewski W., *Zastosowania ekonometrycznych modeli rozwoju gospodarki narodowej*, PWE Warszawa 1976
- [5] *Metody statystyki międzynarodowej*, red. Zeliaś A., PWE Warszawa 1988
- [6] Steczkowski J, Zeliaś A., *Statystyczne metody analizy cech jakościowych*, PWE Warszawa 1981